

锚杆支护圆形隧洞的等效强度参数及可靠性分析

孟 强, 赵洪波, 茹忠亮

(河南理工大学 土木工程学院, 河南 焦作 454003)

摘 要: 通过采用均匀化方法, 研究了圆形隧洞的锚杆支护特性, 将高密度支护模式下的岩石和锚杆复合体考虑成均匀、连续、强度参数增强的等效材料, 简化了岩石和锚杆间复杂的力学耦合问题。通过定义锚杆密度参数来反映不同支护模式的特性, 建立锚杆密度参数与 Mohr-Coulomb 屈服准则中主要参数之间的关系, 推导出等效弹性模量、等效黏聚力和等效内摩擦角的表达式, 并分析比较了隧洞在支护前后的位移情况。结合可靠性理论, 采用容许极限位移量作为失稳判据, 分析了隧洞在支护前后的可靠性指标与破坏概率, 结果表明, 文中提出的方法简单可靠, 锚杆支护对隧洞的位移限制效果明显, 可显著提高隧洞的可靠性。

关 键 词: 圆形隧洞; 均匀化方法; 锚杆支护; 可靠度分析

中图分类号: U 452

文献标识码: A

Equivalent strength parameters and reliability analysis of circular tunnel with rock bolt supporting

MENG Qiang¹, ZHAO Hong-bo¹, RU Zhong-liang¹

(School of Civil Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454003, China)

Abstract: A homogenization method to analyze circular tunnel with rock bolts is presented, which can simplify this kind of complex mechanical coupling problem through considering the composite material of rock mass and rock bolts as a new homogeneous, isotropic, parameters strengthened equivalent material. Rock bolt density parameter is defined to reflect the influence of high density rock bolt support pattern; Mohr-Coulomb criterion is applied to the new equivalent material; the increasement of key coefficients for Mohr-Coulomb criterion is considered to related to rock bolt density parameter; thus equivalent Young's modulus, equivalent cohesion and equivalent friction angle for circular tunnel with rock bolts can be derived. Displacements of tunnel with and without rock bolts are compared through the existed displacement solution. Based on this solution, the reliability index and failure probability of tunnel are calculated by considering allowable ultimate displacement as instability criterion. The results show that the tunnel with rock bolts is much reliable. It is shown that the proposed method is simple and feasible and the rock bolt can improve the stability and reliability of tunnel.

Key words: circular tunnel; homogenization method; rock bolt supporting; reliability analysis

1 引 言

锚杆支护与传统的支护方式有本质的区别。传统的支护方式常常是被动地承受坍塌岩土体产生的荷载, 而锚杆可主动地加固岩土体, 有效地控制其变形, 防止坍塌的发生^[1]。利用锚杆进行隧洞支护是限制隧洞位移和提高围岩强度的有效手段, 并具有经济、轻便、易于施工等优点, 在隧道工程中的运用越来越广泛。许多学者对锚杆支护隧洞进行了大量研究, Indraratna 等^[2]、Osgoui^[3]和 Pelizza 等^[4]

把锚杆的支护作用理解为对隧洞围岩强度参数的增强。Bobet 等^[5]分析了不同类型锚杆的支护机制, 通过耦合分析推导出锚杆支护隧洞的解析表达式, 该解相对比较复杂。徐波^[6]通过拉拔试验和有限元方法, 研究了锚杆锚固系统的各项特性。朱浮声等^[7]讨论了预应力全长粘结式锚杆通过改善围岩力学参数对岩体的加固作用, 给出了加固岩体的等效力学参数解析表达式。姚显春等^[8]以隧洞围岩位移为参量, 推导出仅有围岩变形而产生的锚杆界面剪应力, 并将全长粘结式锚杆所穿过的围岩划分成 3 个区。

隧洞开挖后的稳定性和可靠性是实际工程关注的重点, 岩土体表现出很多不确定性, 传统的安全系数设计实际上是一个经验值, 其值本身并不能准确表征结构的安全性, 而可靠度设计方法是基于概率统计原理的设计方法, 能够很好地处理不确定因素, 可对隧洞的稳定性做出更为有效地评估。Oreste^[9-10]对隧道支护体系进行了分析, 运用 Monte-Carlo 方法进行了支护的可靠度设计。苏永华等^[11]分析了高速公路隧道的稳定性, 求解了隐式极限状态方程表示的可靠度问题。LI Hang-zhou 等^[12]考虑了岩体内摩擦角和黏聚力的相关性, 分析了静水压力场作用下圆形隧道的可靠度。李晓红等^[13]、宋玉香等^[14]、谭忠盛等^[15]、何满朝等^[16]分别对隧洞或者隧洞结构的可靠性进行了分析研究。

通过均匀化方法, 本文研究了锚杆支护隧洞的特性, 得到了围岩在支护后的等效弹性模量、等效黏聚力和等效内摩擦角的表达式, 在该基础上建立了锚杆支护下圆形隧洞位移解析解, 并对锚杆支护前后圆形隧洞的位移进行了比较。结合可靠性分析方法, 采用容许极限位移量作为隧洞失稳的判据, 通过 Monte-Carlo 方法计算分析了支护前后隧洞的可靠性。

2 锚杆支护等效强度参数

隧洞开挖后造成围岩应力释放, 适时用锚杆进行支护, 锚杆和围岩可以共同承担开挖后应力释放造成的应力和位移。如果从细观角度出发, 研究锚杆与注浆体或者锚固体与岩体之间的微元体, 会得到冗长的应力-应变关系, 若再考虑耦合效应, 使计算结果表现出高度非线性化, 不适用于可靠性分析。本文采用均匀化方法研究锚杆对隧洞的加固作用, 可以避免上述问题。

隧洞在锚杆高密度支护模式如图 1 所示。图中, θ 为锚杆环向夹角; s_r 为锚杆环向间距; s_l 为隧洞轴向锚杆排距; r_b 为锚杆半径。锚杆间排距很小, 即锚杆密度很大。一般情况下, 隧洞开挖后围岩处于二向应力状态, 围岩应力释放并产生变形, 锚杆随之产生形变, 导致锚杆轴力增加, 并反作用于围岩以抵御围岩变形, 围岩由二向应力状态转化为三向应力状态, 根据强度理论, 在三向应力状态下围岩的强度和韧度都将有所提高。对于存在弱面的围岩, 锚杆的连接作用以及切向锚固力能够强化弱面的力学参数, 从而使围岩的整体力学性质得到加强。从宏观角度考虑, 均匀化方法把岩石和锚杆的复合

体考虑成均匀、连续、强度参数增强的等效材料, 锚杆支护后, 岩石的弹性模量 E , 黏聚力 c 以及内摩擦角 φ 都将得到增强。

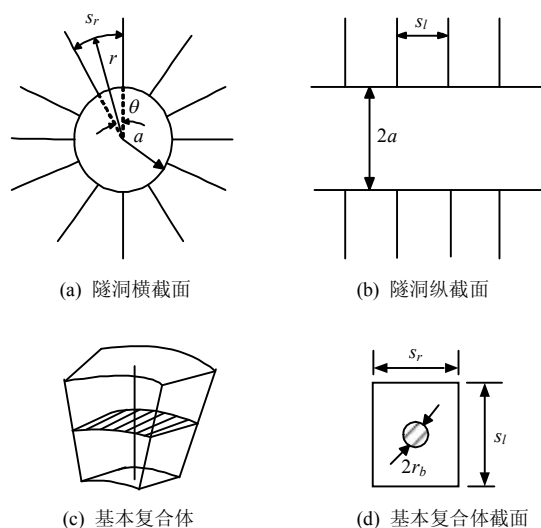


图 1 隧洞的支护模式
Fig.1 Support patterns of tunnel

岩石和锚杆构成的等效材料的强度参数受岩体参数和锚杆参数的共同影响, 锚杆参数包括图 1 中各参数, 这些参数共同影响了等效材料的强度, 参考 Indraratna 等^[2]中的锚杆密度参数, 本文定义锚杆密度因子 α 为

$$\alpha = \frac{2\pi r_b \eta}{s_l s_r} = \frac{2\pi r_b \eta}{s_l r \theta} \quad (1)$$

式中: η 为锚杆和岩石之间的摩阻系数, 与锚杆表面的粗糙程度有关, 使用非螺纹锚杆时, 取 $\eta = \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)$, 使用螺纹锚杆时, 取 $\eta = \tan \varphi$ ^[3]。

式 (1) 中锚杆密度因子 α 可以反映锚杆密度随半径 r 增大而减小的事实, 而 Indraratna 在其文中的定义 $\left(\alpha = \frac{2\pi r_b \eta}{s_l \theta} = \frac{2\pi r_b \eta a}{s_l s_r}\right)$ 不能够反映这一性质。为了使等效材料保持连续、均匀、各项同性的假设, 便于进行可靠度分析, 本文让锚杆密度因子不随距离 r 发生变化, 在式 (1) 中取 $r=a$, 即

$$\alpha = \frac{2\pi r_b \eta}{s_l a \theta} \quad (2)$$

等效材料的弹性模量受岩石弹性模量和锚杆弹性模量的共同影响, 根据图 1(d) 中的截面积所占比例, 等效材料的弹性模量可表示为

$$E^* = \frac{E_b \pi r_b^2 + E(s_l s_r - \pi r_b^2)}{s_l s_r} \Rightarrow \frac{E_b \pi r_b^2 + E(s_l a \theta - \pi r_b^2)}{s_l a \theta} \quad (3)$$

式中: E_b 为锚杆的弹性模量。这里式 (3) 与式 (1) 做了同样的处理, 即令 $r=a$ 。

对于均匀化得到的岩石和锚杆的复合体, 作为一种新的等效材料, 服从 Mohr-Coulomb 屈服准则, Mohr-Coulomb 准则可以表示为

$$\sigma_\theta = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_r + \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (4)$$

式 (4) 在主应力坐标系中的屈服轨迹如图 2 所示, Mohr 包络线的变化如图 3 所示。图中, c^* 、 φ^* 分别为等效材料的黏聚力和内摩擦角。

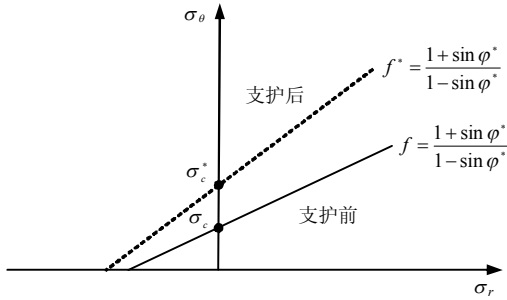


图 2 主应力坐标系中的屈服轨迹
Fig.2 Yield locus in principal stress space

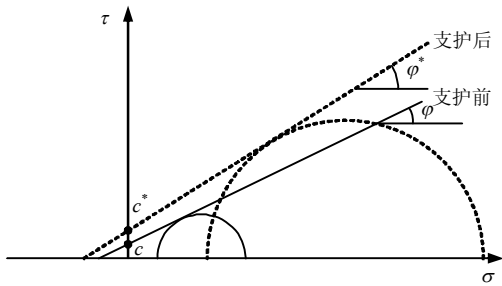


图 3 Mohr 包络线
Fig.3 Mohr envelope

图 2 中, 支护前后屈服轨迹在主应力坐标系中的梯度分别用 f 和 f^* 表示:

$$f = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}; f^* = \frac{1 + \sin \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} \quad (5)$$

屈服轨迹在主应力轴 (σ_θ 轴) 上的截距表示支护前后材料的单轴抗压强度:

$$\sigma_c = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}; \sigma_c^* = \frac{2c^* \cos \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} \quad (6)$$

由图 3 可见, 支护后 Mohr 包络线发生了变化, 使得安全区域的面积增大。图 2 中, 支护后屈服轨迹上移, 导致梯度和截距增大, 是由于锚杆支护所致, 结合锚杆密度因子 α , 将这种变化关系表示为

$$\left. \begin{aligned} f^* &= (1 + \alpha) f \Rightarrow \frac{1 + \sin \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} = (1 + \alpha) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \\ \sigma_c^* &= (1 + \alpha) \sigma_c \Rightarrow \frac{2c^* \cos \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} = (1 + \alpha) \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Indraratna 已经通过试验验证过式 (7) 所示的关系, 对式 (7) 进行求解, 得到等效材料黏聚力和内摩擦角的表达式:

$$\left. \begin{aligned} \varphi^* &= \sin^{-1} \left[\frac{(1 + \sin \varphi) \alpha + 2 \sin \varphi}{(1 + \sin \varphi) \alpha + 2} \right] \\ c^* &= \frac{c(1 + \alpha)(1 - \sin \varphi^*) \cos \varphi}{(1 - \sin \varphi) \cos \varphi^*} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: 第一式等效内摩擦角计算公式和 Indraratna 推导的结果一致; 第二式为本文推导所得, 通过等效黏聚力公式能更加方便地表示等效材料强度, 对屈服准则也具有更好的适用性。通过式 (3)、(8), 可以计算得到等效材料的强度参数 E^* 、 c^* 、 φ^* 。

郑雨天^[17]基于 Mohr-Coulomb 准则和理想弹塑性模型, 给出了静水压力下圆形洞室的弹塑性位移解, 本文将采用此解来计算隧洞支护前后的位移, 其径向位移表达式为

$$u_r = \frac{a}{2Gr} (p_0 + c \cot \varphi) \sin \varphi \left[\frac{p_0 + c \cot \varphi}{c \cot \varphi} (1 - \sin \varphi) \right]^{\frac{1 - \sin \varphi}{\sin \varphi}} \quad (9)$$

式中: a 为圆形隧洞的半径; r 为距离圆形隧洞中心的距离; p_0 为静水压力; G 为岩石的剪切模量, G 与弹性模量 E 、泊松比 ν 之间的关系, $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$, 其他符号意义同前。

3 算 例

3.1 稳定性分析

前文给出了支护后隧洞等效强度参数的计算公式, 本节将给出一个算例, 用于验证和分析本文给出的结果, 计算分析参数见表 1。

将表 1 中的相关参数代入式 (2) 中, 得到锚杆密度因子 $\alpha = 0.2368$, 通过式 (3) 和式 (8) 计算得到等效材料的相应强度参数, 见表 2。从表中可以看出, 锚杆支护后围岩的弹性模量、黏聚力和内摩擦角都得到了一定程度的加强。

表 1 分析参数

Table 1 Parameters for analysis

参数	量值	参数	量值
p_0/MPa	2	r_b/m	0.025
a/m	2	s_l/m	0.6
E/MPa	5 000	$\theta/(^\circ)$	$\pi/18$
ν	0.2	E_b/GPa	100
c/MPa	0.276	η	$\tan(\pi/2)$
$\varphi/(^\circ)$	35	G/MPa	2 083

表 2 等效材料强度参数

Table 2 Strength parameters of homogenized material

参数	量值	参数	量值
E/MPa	5 000	E^*/MPa	5 893.4
c/MPa	0.276	c^*/MPa	0.307
$\varphi/(^\circ)$	35	$\varphi^*/(^\circ)$	39.8

利用式(9)得到支护后圆形隧洞的位移如图 4 所示。由图可见,隧洞的最大位移出现在隧洞表面,位移随着距离隧洞中心距离的增加而减小,支护后隧洞的位移较支护前减小,支护前后隧洞表面位移分别为 1.34 mm 和 0.98 mm,锚杆对于隧洞位移变形限制提升了 36.7%,锚杆支护对于限制隧洞表面位移是明显和有效的。

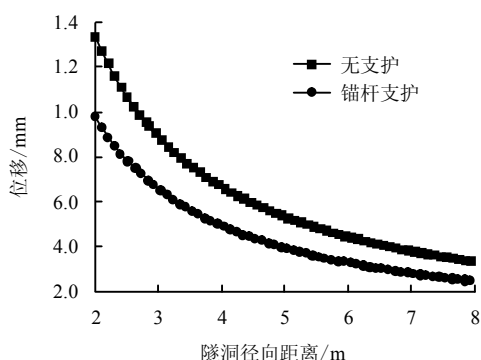


图 4 支护前后隧洞位移比较

Fig.4 Displacement comparison of tunnel with and without rock bolts

3.2 可靠性分析

在岩土体中开挖隧洞,由于岩土体的性质复杂,其很多工程参数具有很大的不确定性,采用以概率统计原理为基础的可靠性分析方法对开挖隧洞进行评估十分重要,在可靠性分析中采用失效概率和可靠度指标对隧洞的稳定性和安全性进行衡量。隧洞可靠性分析中的功能函数可表示为

$$Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (10)$$

式中: $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为影响隧洞稳定的基本随机变量。当 $Z < 0$ 时,隧洞处于失效状态;当 $Z = 0$ 时,隧洞

处于极限状态;当 $Z > 0$ 时,隧洞处于可靠状态。

位移变化是隧洞开挖后的明显标志,也是实际工程中最便于监测的参数之一,位移的大小关系到隧洞的安全性、适用性和耐久性,本文采用容许极限位移量作为隧洞的失稳判据。参照《铁路隧道设计规范》^[18],单线隧道初期支护极限相对位移如表 4 所列。

表 4 单线隧道初期支护极限相对位移

Table 4 Ultimate relative displacement of single track tunnel

围岩级别	不同隧道埋深 h (m) 支护极限相对位移/%		
	$h \leq 50$	$50 < h \leq 300$	$300 < h \leq 500$
II		0.01~0.05	0.04~0.08
III	0.01~0.04	0.03~0.11	0.10~0.25
IV	0.03~0.07	0.06~0.15	0.10~0.60
V	0.06~0.12	0.10~0.60	0.50~1.20

根据表 1 中的岩石参数和表 4 中的极限相对位移,本文中取隧洞的容许极限位移量为 0.02 m (如果考虑极限位移也作为随机变量,可以采用贝叶斯方法综合分析,本文在此不做讨论),隧洞的功能函数表示为

$$Z = 0.02 - u_r(c, \varphi, E, \nu) \text{ 或 } Z = 0.02 - u_r^*(c^*, \varphi^*, E^*, \nu) \quad (11)$$

式中: u_r 、 u_r^* 分别由支护前后的基本随机变量 c 、 φ 、 E 、 ν 或 c^* 、 φ^* 、 E^* 、 ν 构成的位移方程,可由式(9)得到,支护前后随机变量参数统计见表 5。将表 2 中的数据作为相应随机变量的均值,支护前后随机变量的变异系数取为相同,便于比较分析。

表 5 随机变量参数统计

Table 5 Statistical parameters of random variables

状态	随机变量	概率分布类型	均值	标准差
无支护	c/kPa	正态	276	76.4
	$\varphi/(^\circ)$	正态	0.610	0.103
	E/GPa	正态	5	0.98
	$\nu/10^{-3}$	正态	0.2	9.4
有支护	c^*/kPa	正态	307	84.98
	$\varphi^*/(^\circ)$	正态	0.690	0.124
	E^*/GPa	正态	5.9	1.16
	$\nu/10^{-3}$	正态	0.2	9.4

本文采用 Monte-Carlo 方法计算隧洞可靠度,其基本原理为:首先,根据各基本随机变量的分布特征产生 n 组随机数,再将这些随机数代入功能函数中计算,统计使功能函数小于 0 的随机数组数 n_0 ,则失效概率 P_f 可表示为

$$P_f = n_0 / n \quad (12)$$

根据失效概率可以计算可靠度指标 β ，公式为

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (13)$$

式中： Φ^{-1} 为标准正态分布的分布函数的反函数。使用 Monte-Carlo 方法计算得到隧洞的失效概率和可靠度指标，见表 6。当相应随机变量的变异系数相同时，锚杆支护状态下的失效概率较无支护时减小，可靠度指标增大，锚杆支护限制了隧洞的位移，使得隧洞较无支护时更为稳定和可靠。

表 6 隧洞失效概率及可靠度指标
Table 6 Failure probability and reliability indices of tunnel

抽样次数 /次	无支护状态		支护状态	
	$P_f/\%$	β	$P_f/\%$	β
1×10^6	0.019	3.553 6	0.006	3.846 1
5×10^6	0.018	3.556 4	0.005	3.890 6

4 结 论

(1) 从宏观尺度考虑锚杆支护圆形隧洞，采用均匀化方法，将高密度支护模式下的岩石和锚杆的复合体考虑成均匀、连续、强度参数增强的等效材料，定义锚杆密度因子来表示支护参数的影响，假设等效材料服从 Mohr-Coulomb 屈服准则，得到支护后围岩等效弹性模量、等效黏聚力和等效内摩擦角的表达式。

(2) 结合算例分析了支护前后围岩的弹性模量、黏聚力和内摩擦角，分析比较了支护前后隧洞的位移变化情况，支护后隧洞表面位移较支护前减小，锚杆对于隧洞位移变形限制提升了 36.7%，给出的等效强度参数表达式能够反映支护后隧洞的变形和加固效果。

(3) 结合可靠性理论，将黏聚力、内摩擦角、弹性模量和泊松比作为基本随机变量，采用容许极限位移量作为隧洞的失稳判据，通过 Monte-Carlo 方法计算得到了支护前后隧洞的失效概率和可靠度指标，结果表明锚杆支护对于隧洞的变形有较好的限制作用，使得隧洞较无支护时更为稳定和可靠。

参 考 文 献

- [1] 梁炯望. 锚固与注浆技术手册[M]. 北京: 中国电力出版社, 1999.
- [2] INDRARATNA B, KAISER P K. Analytical model for

the design of grouted rock bolts[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1990, 14: 227—251.

- [3] OSGOUI R R. Ground reaction curve of reinforced tunnel using a new elasto-plastic model[D]. Turin: The Technical University of Turin, 2006.
- [4] PELIZZA S, KIM Sang-hwan, KIM Jong-soo. A study of strength parameters in the reinforced ground by rock bolts[C]//Proceedings of the World Tunnel Congress and 32nd ITA Assembly. Seoul, Korea: [s. n.], 2006.
- [5] BOBET A, EINSTEIN H H. Tunnel reinforcement with rockbolts[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2011, 26: 100—123.
- [6] 徐波. 粘结性锚杆锚固理论与实验研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2006.
- [7] 朱浮声, 郑雨天. 全长粘结式锚杆的加固作用分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(4): 333—337.
- ZHU Fu-sheng, ZHENG Yu-tian. Support action analysis of tensioned and grouted bolts[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1996, 15: 333—337.
- [8] 姚显春, 李宁, 陈蕴生. 隧洞中全长粘结式锚杆的受力分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(13): 2272—2276.
- YAO Xian-chun, LI Ning, CHEN Yun-sheng. Theoretical solution for shear stresses on interface of fully grouted bolt in tunnels[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(13): 2272—2276.
- [9] ORESTE P. A probabilistic design approach for tunnel supports[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32: 520—534.
- [10] ORESTE P. Distinct analysis of fully grouted bolts around a circular tunnel considering the congruence of displacements between the bar and the rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 2008, 45: 1052—1067.
- [11] SU Yong-hua, LI Xiang, XIE Zhi-yong. Probabilistic evaluation for the implicit limit-state function of stability of a highway tunnel in China[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2011, 26(2): 422—434.
- [12] LI Hang-zhou, BAK Kong Low. Reliability analysis of circular tunnel under hydrostatic stress field[J].

- Computers and Geotechnics**, 2010, 37: 50—58.
- [13] 李晓红, 王宏图, 贾剑青, 等. 隧道及地下工程围岩稳定性及可靠性分析的极限位移判别[J]. **岩土力学**, 2005, 26(6): 850—855.
- LI Xiao-hong, WANG Hong-tu, JIA Jian-qing, et al. Ultimate displacement discrimination of stability and reliability analysis of surrounding rocks of tunnel and underground engineering[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(6): 850—855.
- [14] 宋玉香, 景诗庭, 朱永全. 隧道结构系统可靠度研究[J]. **岩土力学**, 2008, 29(3): 780—785.
- SONG Yu-xiang, JING Shi-ting, ZHU Yong-quan. Research on reliability of tunnel structural system[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(3): 780—785.
- [15] 谭忠盛, 王梦恕. 隧道衬砌结构可靠度分析的二次二阶矩法[J]. **岩石力学与工程学报**, 2004, 3(13): 2243—2247.
- TANG Zhong-sheng, WANG Meng-shu. Second-order second-moment method for structural reliability analysis of tunnel lining[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(13): 2243—2247.
- [16] 何满朝, 苏永华, 孙晓明, 等. 锚杆支护煤巷稳定性可靠度分析[J]. **岩石力学与工程学报**, 2002, 21(12): 1810—1814.
- HE Man-chao, SU Yong-hua, SUN Xiao-ming, et al. Reliability analysis of stability of coal roadway supported by rock-bolt[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(12): 1810—1814.
- [17] 郑雨天. 岩石力学的弹塑黏性理论基础[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1988.
- [18] 铁道部第二勘察设计院. TB 1003—2005 铁路隧道设计规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2005.